

ΔΥΣΗ

Δ1) i) Από την αντιστοίχιση των μεγεθών έχουμε:

$$y = 0,05\eta\mu(\pi t - \pi x)$$

$$y = A\eta\mu(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda})$$

$$A = 0.05m = 5cm$$

$$2\pi \frac{t}{T} = \pi t \Rightarrow T = 2s \xrightarrow{f=\frac{1}{T}} f = 0.5Hz \xrightarrow{\omega=2\pi f} \omega = \pi \text{ rad / s}$$

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pi x \Rightarrow \lambda = 2m$$

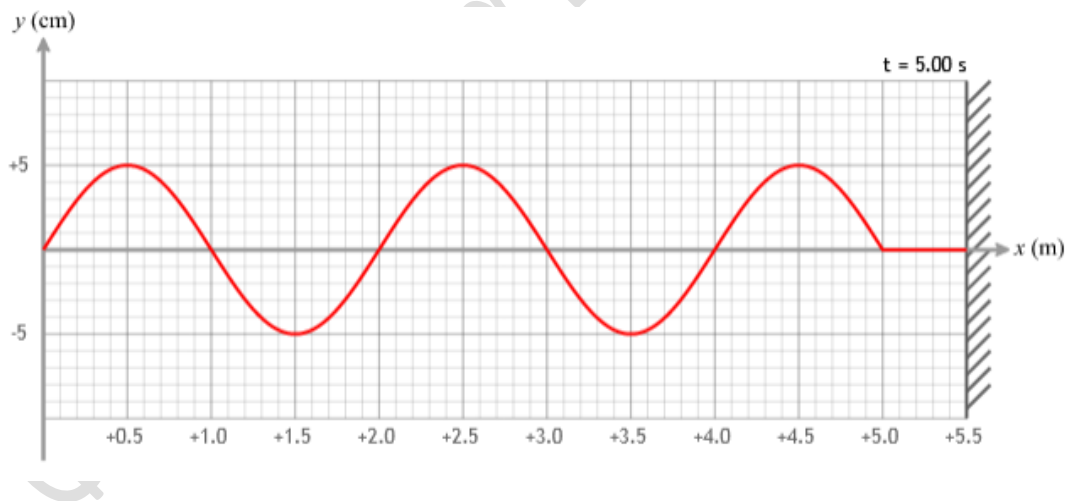
$$u_s = \lambda f = 1m / s$$

ii)

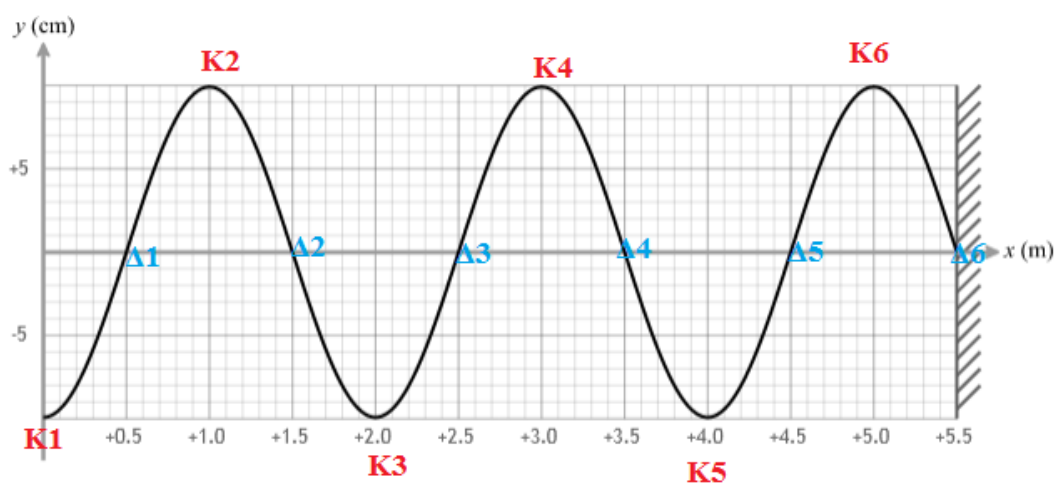
Την $t=5s$ το κύμα έχει διαδοθεί ως το $x=u\cdot\Delta t=5m$

$$\text{Ως το } x=5m \text{ "χωράνε"} \quad N = \frac{x}{\lambda} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ μήκη κύματος}$$

Στο τμήμα του σχοινιού $5m < x \leq 5.5m$ ακόμη δεν έχει διαδοθεί το κύμα άρα το στιγμιότυπο την $t=5s$ είναι:



Δ2) Όταν έχει σχηματιστεί σε όλο το μήκος του σχοινιού το στάσιμο κύμα ένα τυχαίο στιγμιότυπο με όλα τα σημεία που ταλαντώνονται να είναι στις μέγιστες απομακρύνσεις τους, είναι το παρακάτω (το $x=0$ είναι κοιλία)



έτσι παρατηρούμε ότι έχουμε 6 κοιλίες και 6 δεσμούς.

Αφού το $x=0$ είναι κοιλία οι θέσεις κοιλιών και δεσμών δίνονται από τις σχέσεις:

$$x_{\text{κοιλιών}} = k \frac{\lambda}{2}, \quad x_{\text{δεσμών}} = (2k+1) \frac{\lambda}{4}$$

Πιο αναλυτικά:

$$0 \leq x_{\text{δεσμών}} \leq 5.5$$

$$0 \leq (2k+1) \frac{\lambda}{4} \leq 5.5$$

$$0 \leq (2k+1) \frac{2}{4} \leq 5.5$$

$$0 \leq 2k+1 \leq 11$$

$$0-1 \leq 2k \leq 11-1$$

$$-0.5 \leq k \leq 5$$

$$\{k = 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow 6 \text{ τιμές του } k \text{ άρα } 6 \text{ δεσμοί}$$

$$0 \leq x_{\text{κοιλιών}} \leq 5.5$$

$$0 \leq k \frac{\lambda}{2} \leq 5.5 \xrightarrow{\lambda=2m}$$

$$0 \leq k \leq 5.5$$

$$\{k = 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow 6 \text{ τιμές του } k \text{ άρα } 6 \text{ κοιλίες}$$

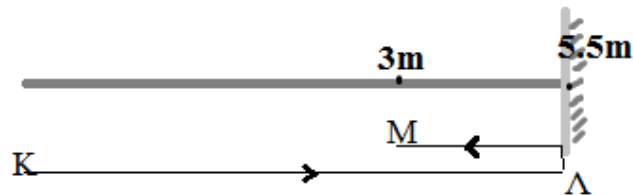
Δ3) το $x=3\text{m}$ ξεκινά να ταλαντώνεται μόλις φτάσει σε αυτό το αρμονικό κύμα.

$$\text{Την } t_{\text{ταλάντωσης}} = \frac{\Delta x}{u_{\delta}} = 3\text{s}$$

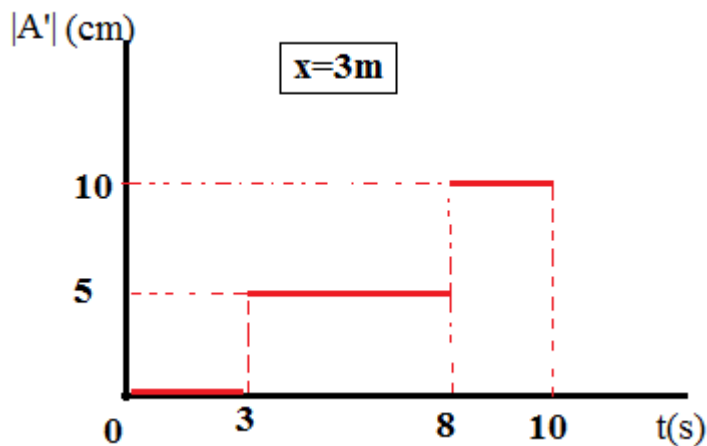
Μέχρι εκείνη τη στιγμή είναι ακίνητο. Οπότε ταλαντώνεται λόγω του αρμονικού κύματος από 3s μέχρι να συμβάλλει με το ανακλώμενο.

Τη στιγμή που φθάνει στο $x=3\text{m}$ και το ανακλώμενο κύμα $t_{\text{συμβολής}} = \frac{\Delta x}{u_{\delta}} = \frac{5.5+2.5}{1} = 8\text{s}$, παρατηρούμε ότι θα έχει πλάτος $2A=0.1\text{m}$ αφού είναι

κοιλία μιας και $x = k \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 3 = k \frac{2}{2} \Rightarrow k = 3$ (ακέραιος άρα κοιλία)



Για να γίνει η συμβολή στο $x=3\text{m}$ το κύμα διανύει $5.5+(5.5-3)=8\text{m}$
Στο παραπάνω σχήμα τη διαδρομή (KΛM)



Δ4)

$$S = ut = 10m = 5.5m + 4.5m$$

Άρα στάσιμο υπάρχει στη περιοχή $1m \leq x \leq 5.5m$

το $x=0$ βρίσκεται στη Θ.Ι του και κινείται με μέγιστη και θετική ταχύτητα καθότι έχει περάσει χρονική διάρκεια 5 περιόδων ($10s=5T$)

το $x=0.5m$ την $t=10s$ είναι σε απομάκρυνση:

$$y = 0,05\eta\mu(\pi 10 - \pi 0.5) = 0.05\eta\mu(9.5\pi) = -0.05m = -5cm$$

το $x=1m$ την $t=10s$ είναι σε απομάκρυνση:

$$y = 0,05\eta\mu(\pi 10 - \pi \cdot 1) = 0.05\eta\mu(9\pi) = 0$$

άρα είναι στη Θ.Ι του

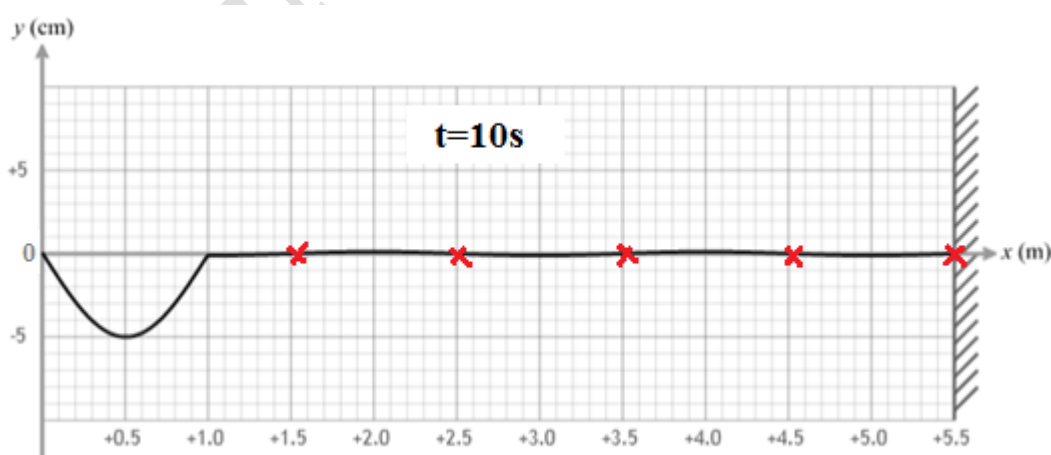
Μετά την αποκατάσταση του στάσιμου το $x=1m$ είναι κοιλία άρα όλες οι κοιλίες διέρχονται από στη Θ.Ι τους την $t=10s$

Επιπλέον εξήγηση:

Η ανάκλαση συμβαίνει τη στιγμή 5.5 s.

Η πρώτη στιγμή που η πρώτη κοιλία από δεξιά περνάει από τη θέση ισορροπίας της είναι η στιγμή $t=6s$ ($5,5s+T/4$)

Τη στιγμή $t = 10s$ και αφού η περίοδος είναι 2s, μια κοιλία του στάσιμου θα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της οπότε τη στιγμή $t = 10s$ που έχουν περάσει επιπλέον δύο περίοδοι όλες οι κοιλίες θα βρίσκονται πάλι στη Θ.Ι. τους



Δ5) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται είναι της μορφής

$$y = 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \text{ επομένως της μορφής } y = 2 \cdot 0,05 \sin\left(\frac{2\pi x}{2}\right) \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{2}\right)$$

$$y = 0,1 \sin(\pi x) \eta\mu(\pi t) \quad (S.I)$$

Η 1^η κοιλία στη θέση $x=0$ έχει για $t=0,5s$

$$y = 0,1 \sin(0) \eta\mu(\pi \cdot 0,5)$$

$$y = 0,1 \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ m}$$

Άρα η 1^η κοιλία έχει φάση $\varphi=\pi/2$

Τα σημεία της χορδής με

$$0 \leq x < \lambda/4 \quad \text{δηλαδή} \quad 0 \leq x < 0,5\text{m και}$$

$$3\lambda/4 < x < 5\lambda/4 \quad \text{δηλαδή} \quad 1,5\text{m} < x < 2,5\text{m και}$$

$$7\lambda/4 < x < 9\lambda/4 \quad \text{δηλαδή} \quad 3,5\text{m} < x < 4,5\text{m}$$

έχουν την ίδια φάση με την 1^η κοιλία.

Η 2^η κοιλία στη θέση $x=\lambda/2=1\text{m}$ έχει για $t=0,5s$

$$y = 0,1 \sin(\pi) \eta\mu(\pi \cdot 0,5)$$

$$y = -0,1 \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ m}$$

$$y = 0,1 \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}\right) \text{ m}$$

Άρα η 2^η κοιλία έχει φάση $\varphi=3\pi/2$

Τα σημεία της χορδής με

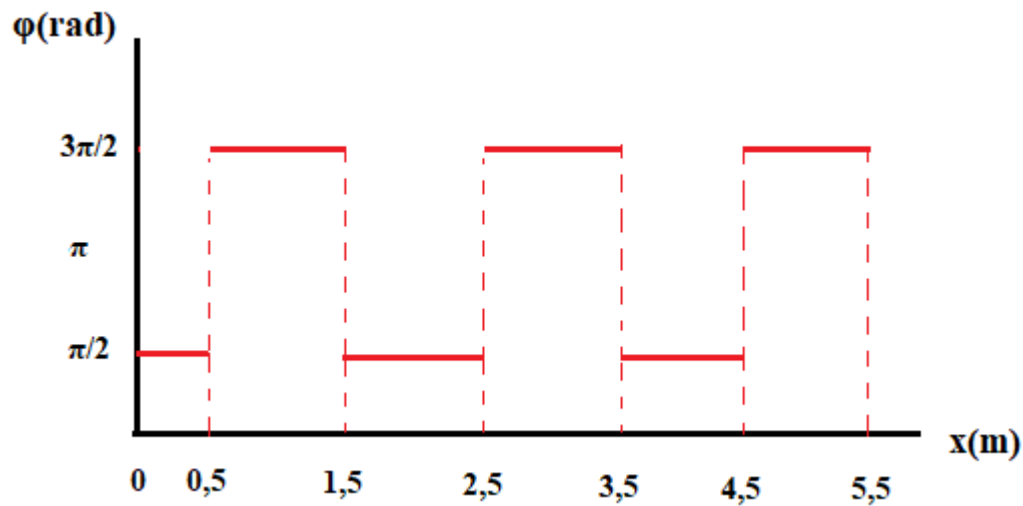
$$\lambda/4 \leq x < 3\lambda/4, \quad \text{δηλαδή} \quad 0,5\text{m} \leq x < 1,5\text{m} \text{ και}$$

$$5\lambda/4 < x < 7\lambda/4 \quad \text{δηλαδή} \quad 2,5\text{m} < x < 3,5\text{m} \text{ και}$$

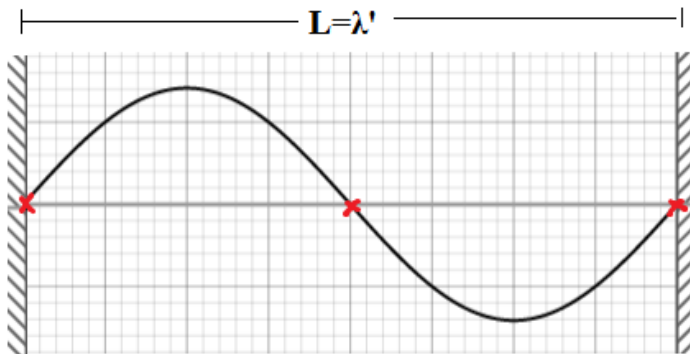
$$9\lambda/4 < x < 11\lambda/4 \quad \text{δηλαδή} \quad 4,5\text{m} < x < 5,5\text{m}$$

έχουν την ίδια φάση με την 2η κοιλία.

Η γραφική παράσταση της φάσης των σημείων της χορδής φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δ6) Δένοντας και το άλλο άκρο και απαιτώντας να έχουμε 3 δεσμούς, σε μια τυχαία στιγμή το στάσιμο θα έχει αυτή την εικόνα. Όπως φαίνεται το μήκος του σχοινιού θα είναι ίσο με το νέο μήκος κύματος $L=2\lambda'/2$



$$L = \lambda'$$

$$L = \frac{u}{f'}$$

$$f' = \frac{u}{L} = \frac{1}{5.5} \text{ Hz}$$

$$\pi\% = \frac{\Delta f}{f_{\text{αρχ}}} 100\% = \frac{f' - f}{f} 100\% = \frac{\frac{1}{5.5} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} 100\% = -\frac{700}{11}\%$$

Επιμέλεια: Λιώρης Νίκος - Φυσικός MSc

Περρωτής Παναγιώτης - Φυσικός MSc

Φροντιστήρια ΒΑΦΕΙΑΔΑΚΗΣ