

ΛΥΣΗ B1

B1-A) Αρχικά θα υπολογίσουμε πόσο απέχει η θέση φυσικού μήκους από τη θέση ισορροπίας του $\Sigma_1 \Sigma_2$

$$\Sigma F = 0 \quad (\Theta.Ι. \Sigma_1 + \Sigma_2)$$

$$F_{ελ} - 2mg = 0$$

$$k\Delta l_{1,2} = 2mg$$

$$\Delta l_{1,2} = \frac{2mg}{k}$$

μετά τη κρούση θα ταλαντωθεί μόνο το Σ_2 , έτσι θα υπολογίσουμε πόσο απέχει η θέση φυσικού μήκους από τη θέση ισορροπίας του Σ_2

$$\Sigma F = 0 \quad (\Theta.Ι. \Sigma_2)$$

$$F_{ελ} - mg = 0$$

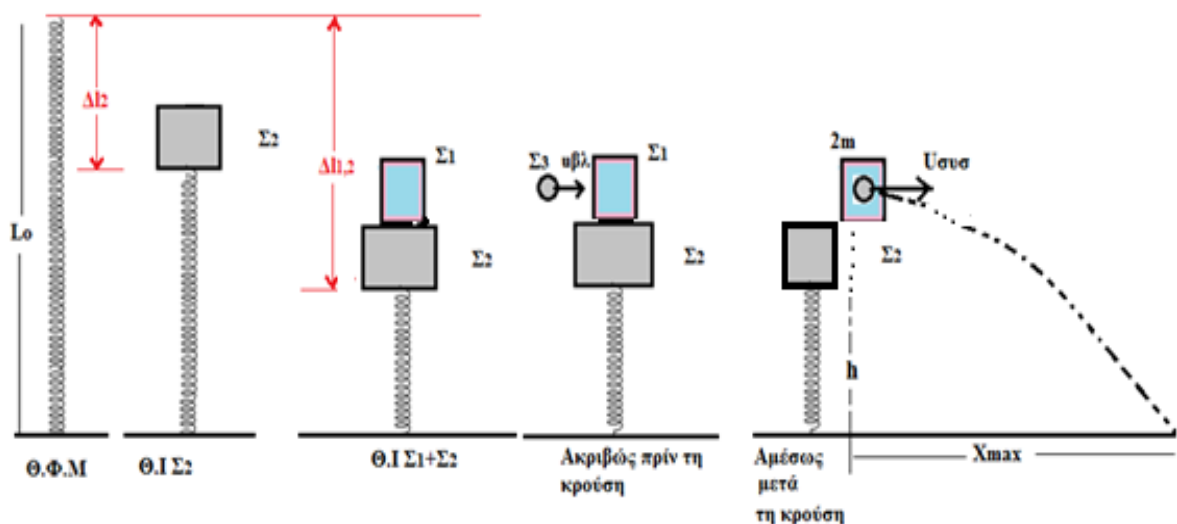
$$k\Delta l_2 = mg$$

$$\Delta l_2 = \frac{mg}{k}$$

Το Σ_2 ξεκινά την Α.Α.Τ με αρχική ταχύτητα μηδέν αυτό σημαίνει ότι ξεκινά από θέση μέγιστης απομάκρυνσης. Έτσι το πλάτος του θα είναι:

$$A = \Delta l_{1,2} - \Delta l_2 = \frac{mg}{k} \text{ κάτι που δείχνει ότι η ανώτερη θέση της ΑΑΤ ταυτίζεται με τη}$$

Θ.Φ.Μ.



B1-B) Για τη κρούση θα εφαρμόσουμε Αρχή Διατήρησης Ορμής:

Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$$

$$mu_{\beta\lambda} = 2mv_{\sigma\sigma}$$

$$u_{\beta\lambda} = 2v_{\sigma\sigma} \xrightarrow{u_{\beta\lambda} = 2v_{\max(2)}} \rightarrow$$

$$2v_{\max(2)} = 2v_{\sigma\sigma}$$

$$\omega A = v_{\sigma\sigma}$$

$$v_{\sigma\sigma} = \sqrt{\frac{k}{m} \frac{mg}{k}} = \sqrt{\frac{mg^2}{k}}$$

B1-Γ) Το Σ2 για να φτάσει για πρώτη φορά στη ΘΦΜ απαιτείται διάρκεια T/2 αφού η ανώτερη θέση της ΑΑΤ ταυτίζεται με τη ΘΦΜ. Έτσι:

$$t_{\pi\tau\acute{\omega}\sigma\eta\varsigma} = \frac{T_2}{2}$$

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

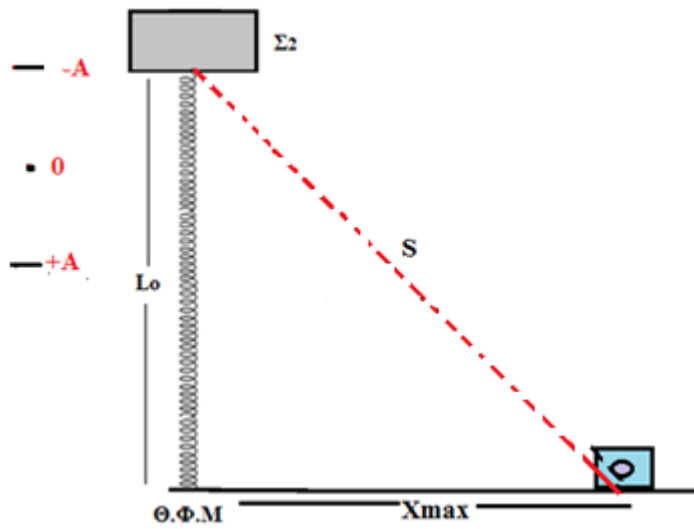
$$\frac{2h}{g} = \pi^2 \frac{m}{k} \xrightarrow{h=Lo-\Delta l_{1,2}} \rightarrow$$

$$\frac{2(Lo - \frac{2mg}{k})}{g} = 10 \frac{m}{k}$$

$$Lo - \frac{2mg}{k} = 5 \frac{mg}{k}$$

$$Lo = 7 \frac{mg}{k}$$

B1-1)



$x_{\max} = u_{\text{συσ}} t_{\text{πτώσης}}$ Το βεληνεκές της οριζόντιας βολής

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{mg^2}{k}} \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{mg^2 2h}{kg}} = \sqrt{\frac{mg 2(L_0 - \frac{2mg}{k})}{k}} = \sqrt{\frac{mg^2 10 \frac{mg}{k}}{kg}} = \sqrt{\frac{10m^2 g^2}{k^2}}$$

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{10m^2 g^2}{k^2}}$$

$$L_0 = 7 \frac{mg}{k}$$

$$S = \sqrt{x_{\max}^2 + L_0^2} = \sqrt{\frac{10m^2 g^2}{k^2} + (7 \frac{mg}{k})^2} = \frac{mg}{k} \sqrt{59}$$

ΔΥΣΗ B2

Σωστή είναι η επιλογή β.

Για να έχει το σημείο Γ την ίδια μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης με το σημείο Ο που είναι κοιλία του στάσιμου κύματος σημαίνει ότι και το Γ είναι κοιλία του στάσιμου κύματος με $v_{\max} = \omega \cdot 2A$.

Η τρίτη κοιλία μετά το $x=0$ βρίσκεται στην θέση $x=3\lambda/2$. Τα σημεία αυτά (το Ο και το Γ) ταλαντώνονται με εξισώσεις:

$$y = 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \eta\mu\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

και αν αντικαταστήσουμε με $x=0$ και $x=3\lambda/2$ έχουμε:

$$y_O = 2A \sin\left(\frac{2\pi \cdot 0}{\lambda}\right) \eta\mu\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

$$y_O = 2A \eta\mu\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

και

$$y_\Gamma = 2A \sin\left(\frac{2\pi(\frac{3\lambda}{2})}{\lambda}\right) \eta\mu\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

$$y_\Gamma = -2A \eta\mu\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

Η μεταξύ τους απόσταση θα δίνεται κάθε στιγμή από τη σχέση:

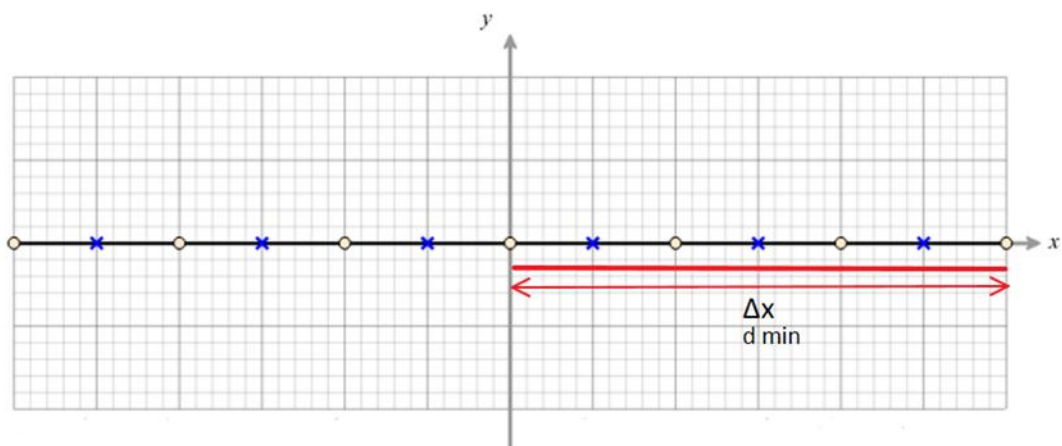
$$d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (|y_O| + |y_\Gamma|)^2} \quad \text{Πυθαγόρειο Θεώρημα}$$

Συνεπώς:

Όταν και τα δύο σημεία περνούν από τη Θέση Ισορροπίας της ταλάντωσής τους απέχουν την ελάχιστη δυνατή απόσταση

$$d_{\min} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (0 + 0)^2} = |\Delta x|$$

$$d_{\min} = \frac{3\lambda}{2}$$

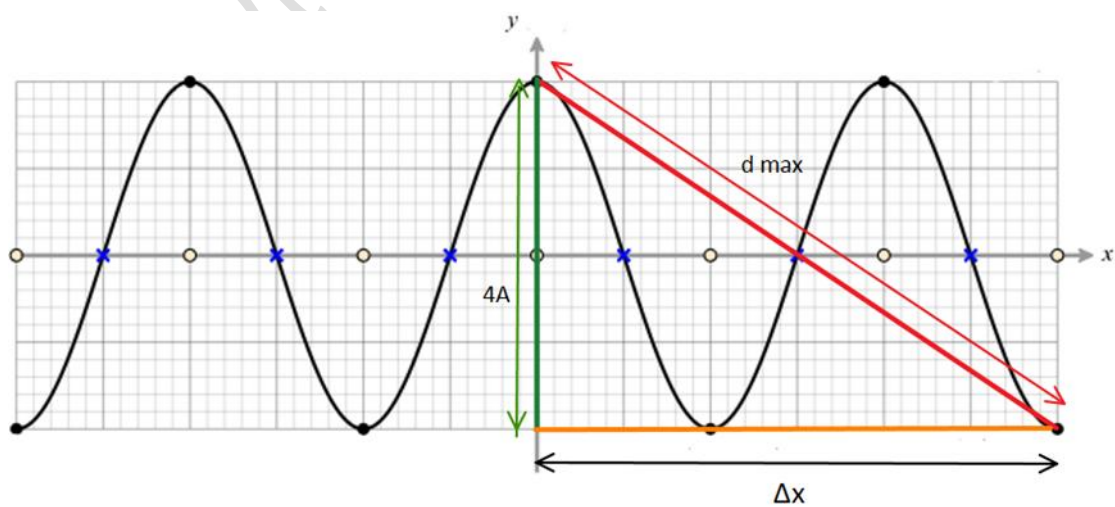


Ενώ όταν τα δύο σημεία Ο και Γ βρίσκονται στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσής τους αντίστοιχα $2A$ και $-2A$ απέχουν τη μέγιστη δυνατή απόσταση

$$d_{max} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (|2A| + |-2A|)^2}$$

$$d_{max} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (2A + 2A)^2}$$

$$d_{max} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (4A)^2}$$



$$d_{max} = \sqrt{\left(\frac{3\lambda}{2}\right)^2 + \left(4\frac{3\lambda}{8}\right)^2}$$

$$d_{max} = \sqrt{2} \frac{3\lambda}{2}$$

Οπότε...

$$\frac{d_{min}}{d_{max}} = \frac{\frac{3\lambda}{2}}{\sqrt{2} \frac{3\lambda}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Τελικά...

$$\frac{d_{min}}{d_{max}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Επιμέλεια: **Περρωτής Παναγιώτης** - Φυσικός MSc

Λιώρης Νίκος - Φυσικός MSc

Φροντιστήρια **ΒΑΦΕΙΑΔΑΚΗΣ**