

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ώστε $(e^x + 2)f'(x) = e^x(1 - f(x))$, με $f(0) = -\frac{1}{3}$

α. Να βρεθεί ο τύπος της f .

Αν $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^x + 2}$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$

β. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο όπου ο ρυθμός μεταβολής γίνεται μέγιστος

γ. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν που περικλείεται από την γραφική παράσταση της f , την ευθεία $y = \frac{x - \ln 2}{2}$ και το άξονα $y'y$ ισούται με

$$\ln \frac{8}{9} + \frac{\ln^2 2}{4}$$

δ. Να αποδείξετε ότι υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta) \subseteq (0, +\infty)$ τέτοιο ώστε

$$4e^\xi(\beta - \alpha) < 2(e^\xi + 2)^2$$

Επιμέλεια: Θωμόγλου Γιάννης – Μαθηματικός

Φροντιστήρια ΒΑΦΕΙΑΔΑΚΗΣ