ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

& ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: *19 / 05 /2016*

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ***ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι***

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 64

Α2. i) Σ ii) Λ iii) Λ iv) Λ v) Σ

Α3. α) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$

β) $\int_\alpha^\beta 1dx = \beta - \alpha$

γ) $f_1 + f_2 + \ldots + f_\kappa = 1$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

x_i	v_i	N_i	$f_i(\%)$	$x_i \cdot v_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$v_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$
0	**5**	**5**	**20**	**0**	**4**	**20**
1	**4**	**9**	**16**	**4**	**1**	**4**
2	**7**	**16**	**28**	**14**	**0**	**0**
3	**4**	**20**	**16**	**12**	**1**	**4**
4	**5**	**25**	**20**	**20**	**4**	**20**
ΣΥΝΟΛΟ	**25**		**100**	**50**		**48**

Β2. Η μέση τιμή υπολογίζεται από τον τύπο: $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i v_i}{v} = \dfrac{50}{25} = 2$

Β3. Το δείγμα έχει 25 παρατηρήσεις συνεπώς η διάμεσος είναι η τιμή της 13ης παρατήρησης. Από την στήλη των αθροιστικών συχνοτήτων παρατηρούμε ότι η διάμεσος είναι: $\delta = t_{13} = 2$.

Β4. Η διακύμανση είναι: $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{\nu} = \dfrac{48}{25}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2, x \in \mathbb{R}$

Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ έχουμε: $f'(x) = \left(x^3 - 3x^2 - 9x + 2\right)' = 3x^2 - 6x - 9$

Γ2. Είναι $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$ άρα:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-2}{2} = -1 \\ x_2 = \dfrac{6}{2} = 3 \end{array} \right.$$

Ο πίνακας μονοτονίας της f είναι ο εξής:

x	$-\infty$	-1	3 $+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
f	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,-1]$ και $[3,+\infty)$ ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-1,3]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο -1 το

$$f(-1)=(-1)^3-3\cdot(-1)^2-9\cdot(-1)+2=-1-3+9+2=7$$

και παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο 3 το

$$f(3)=3^3-3\cdot3^2-9\cdot3+2=27-27-27+2=-25$$

Γ3. Έχουμε $g(x)-h(x)=3x^2-(6x+9)=3x^2-6x-9=f'(x)$

x	$-\infty$	-1	3 $+\infty$
$g(x)-h(x)$	$+$	$-$	$+$

Έχουμε $g(x)-h(x)\le 0$ για κάθε $x\in[-1,3]$ και συνεχής , οπότε

$$E(\Omega)=\int_{-1}^{3}|g(x)-h(x)|dx=\int_{-1}^{3}(-g(x)+h(x))dx=-\int_{-1}^{3}f'(x)dx=-\left[f(x)\right]_{-1}^{3}$$

$$=-(f(3)-f(-1))=-(-25-7)=32 \text{ τετρ. μον.}$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Για $x<1$:

$$\lim_{x\to1^-} f(x)=\lim_{x\to1^-}\frac{1-x^2}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to1^-}\frac{(1-x)\cdot(1+x)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{(1-x)\cdot(1+x)\left(\sqrt{x}+1\right)}{(x-1)}=\lim_{x\to1^-}\frac{-\cancel{(x-1)}\cdot(1+x)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\cancel{(x-1)}}=$$

$$=\lim_{x\to1^-}\left[-(1+x)\left(\sqrt{x}+1\right)\right]=-4$$

Δ2. Για $x>1$:

$$\lim_{x\to1^+} f(x)=\lim_{x\to1^+}\left(\alpha x^2+\beta x\right)=\alpha+\beta$$

Δ3. Για να υπάρχει το όριο $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ θα πρέπει:

$$\lim_{x\to1^-} f(x)=\lim_{x\to1^+} f(x)\Leftrightarrow \alpha+\beta=-4 \qquad (1)$$

Για $x>1$ η παράγωγος συνάρτηση της f είναι: $f'(x)=2\alpha x+\beta$. Συνεπώς:

$$f'(2)=2\Leftrightarrow 4\alpha+\beta=2 \qquad (2)$$

Λύνω το σύστημα των εξισώσεων **(1)** και **(2)**:

$$\left|\begin{array}{l}\alpha+\beta=-4\\ 4\alpha+\beta=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}\beta=-4-\alpha\\ 4\alpha+(-4-\alpha)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}\beta=-4-\alpha\\ 3\alpha=6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}\beta=-4-2\\ \alpha=2\end{array}\right.\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left|\begin{array}{l}\beta=-6\\ \alpha=2\end{array}\right.$$